Шифр: 9-19

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
ПО МАТЕМАТИКЕ
2019/2020
Ленинградская область

Район Всеволожский

Школа МОУ „Лицей №1 г. Всеволожска"

Класс 9

ФИО Минаев Михаил Сергеевич

1	2	3	4	5	Σ
7	7	0	0	0	14

9-19

Задача № 9.2.

Ответ: при $n = 202$.

Решение:

Пусть n хотя бы 203.

Разобьём числа на 2 группы: неотрицательные и неположительные. (Если среди чисел есть 0, его можно отнести к любой группе). Тогда по принципу Дирихле в одной из групп хотя бы 102 числа. Значит 3 максимальных модуля этих чисел хотя бы 990, 1000, 1010 (т.к. числа различаются хотя бы на 10). $\Rightarrow$ Сумма 3 квадратов максимальных (или минимальных) чисел хотя бы $990^2+1000^2+1010^2$.

$990^2+1000^2+1010^2 > 3000000$. Противоречие.

Пример для $n=202$.

$-1005; -995; -985; \ldots; -15; -5; 5; 15; \ldots; 985; 995; 1005.$

Задача №9.1.

Ответ: Может.

Решение:

Пример:

Минута	Кучи	
0	1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10	
1	1; 2; 3; 4; 5; 7; 8; 9; 10; 1; 5	6 → 1;5
2	2; 3; 5; 7; 8; 9; 10; 1; 5; 5	1;4 → 5
3	2; 3; 5; 8; 9; 10; 1; 5; 5; 2; 5	7 → 2;5
4	5; 8; 9; 10; 1; 5; 5; 2; 5; 5	2;3 → 5
5	5; 9; 10; 1; 5; 5; 2; 5; 5; 3; 5	8 → 3;5
6	5; 9; 10; 1; 5; 5; 5; 5; 5; 5	2; 3 → 5
7	5; 10; 1; 5; 5; 5; 5; 5; 5; 4; 5	9 → 4;5
8	5; 10; 5; 5; 5; 5; 5; 5; 5; 5	~~1;5 →~~ 1;4 → 5
9	5; 5; 5; 5; 5; 5; 5; 5; 5; 5; 5	10 → 5;5

Таким образом за 9 минут на столе оказалось 11 куч, в каждой по 5 конфет.

9

Шифр: 2-9-24

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
по математике
2019/2020
Ленинградская область

Район Всеволожский

Школа МОУ „Лицей №1 г. Всеволожска"

Класс 9

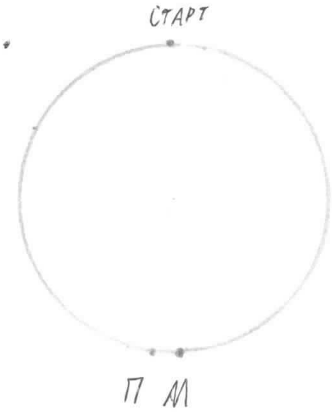
ФИО Минаев Михаил Сергеевич

2-9-24

6	7	8	9	10	Σ
7	7	0	0	0	14

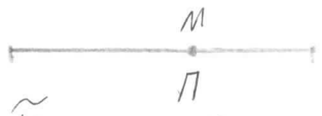
Задача № 9.6.

Пусть длина круговой дорожки равна S. $V_М$ - скорость Миши, $V_П$ - скорость Пети. $V_М = 1{,}02 V_П \Rightarrow V_П = \frac{V_М}{1{,}02} = \frac{50}{51} V_М$.

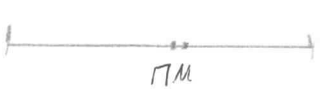


Рассмотрим момент, когда Миша пробежал $\frac{1}{2} S$. Петя пробежал $\frac{50}{102} S = \frac{25}{51} S$. Пусть Миша развернулся и добежал до старта. Суммарно он пробежал S. $\Rightarrow$ Петя пробежал $\frac{50}{51} S$. Петя и Миша к этому моменту 1 раз встретились. Рассмотрим оставшийся путь Пети до финиша (старта). Этот путь равен $\frac{1}{51} S$.

Будет момент, когда Миша и Петя снова встретятся.



Тогда, если Миша пробежит ещё очень маленькую величину, то, развернувшись, сможет поравняться с Петей третий раз до финиша Пети (до того, как Петя пробежит 1 круг), т. к. $V_М > V_П$.



Примером такой величины может ~~быть~~ быть $\frac{1}{10^{50}} S$. (Такая величина существует, т.к. вещественных чисел бесконечно много).

Задача № 9.7. 2-9-24

Ответ: 1010.

Решение:

Пусть изначальное количество зелёных хамелеонов $= n$.
Тогда n высказываний верны. В каждом верном высказывании число $\geq n$, т.к. количество зелёных хамелеонов не уменьшается. Значит высказываний, в которых число $\geq n$, хотя бы n.

$$\underbrace{n, n+1, n+2, \ldots 2019}_{\geq n}$$

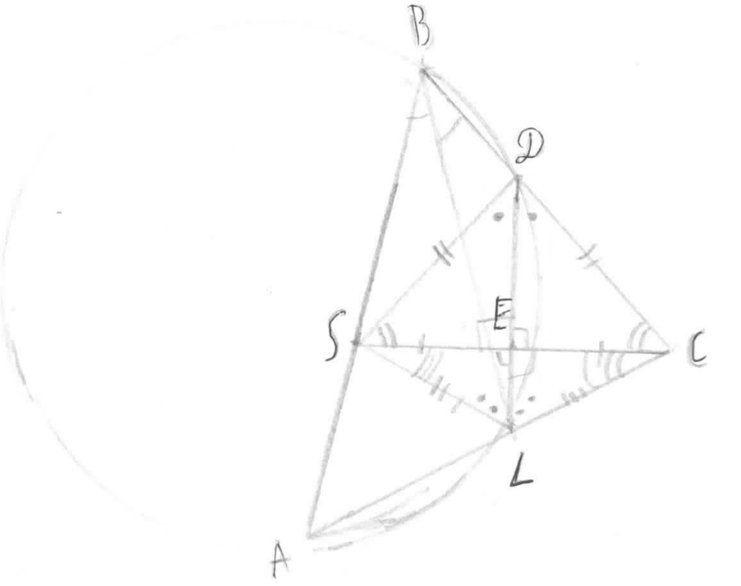
$$n \leq 2019-(n-1) = 2019-n+1 = 2020-n$$
$$n \leq 2020-n$$
$$2n \leq 2020$$
$$n \leq 1010$$

Пример для $n=1010$:

Зелёный: 1010
Коричневый: 1
Зелёный: 1011
Коричневый: 2
⋮
Зелёный: $1009+k$
Коричневый: k
⋮
Зелёный: 2018
Коричневый: 1009
Зелёный: 2019

Пусть зелёные и коричневые хамелеоны чередуются. После каждого высказывания коричневого кол-во зелёных увеличивается на 1. Значит, если зелёные будут называть числа 1010, 1011, 1012, …, 2019, это будет правдой. Коричневые могут говорить числа от 1 до 1009 в любом порядке, т. к. они все точно будут являться ложными высказываниями, потому что все эти числа меньше n.

Задача №9.8.



$SC \cap DL = E$

$CE = ES$ и $\angle DEC = \angle DES = \angle LEC = \angle LES = 90^\circ$, т. к. C симметр. S относ. D

$\Rightarrow$ DE в Δ-ке SDC высота и медиана. $\Rightarrow$ ΔSDC – равнобедренный.

LE в Δ-ке SLC высота и медиана. $\Rightarrow$ ΔSLC – равнобедренный.

$\angle DSE = \angle DCE$

$\angle LSE = \angle LCE$

DE – биссектриса Δ-ка SDC $\Rightarrow$ $\angle SDE = \angle CDE$

LE – биссектриса Δ-ка SLC $\Rightarrow$ $\angle SLE = \angle CLE$

BL – биссектриса Δ-ка ABC. $\Rightarrow$ $\angle ABL = \angle CBL$

$S_{\Delta EDS} = ED \cdot ES \cdot \frac{1}{2}$

$S_{\Delta EDC} = ED \cdot EC \cdot \frac{1}{2} = S_{\Delta EDS}$

$S_{\Delta ELS} = EL \cdot ES \cdot \frac{1}{2}$

$S_{\Delta ELC} = EL \cdot EC \cdot \frac{1}{2} = S_{\Delta ELS}$

$S_{\Delta LSD} = S_{\Delta ELS} + S_{\Delta EDS} = S_{\Delta ELC} + S_{\Delta EDC} = S_{\Delta LCD}$

$\cancel{S_{ABDL} = r \cdot p = r \cdot \frac{AB + BD + DL + LA}{2}}$

$\cancel{S_{ABL} = r \cdot p = r \cdot \frac{AB + BL + LA}{2}}$ S_{ABL}

$\cancel{S_{BDL} = r \cdot p = r \cdot \frac{BD + DL + BL}{2}}$